

**O. P. PRISHCHENKO, T. T. CHERNOGOR**

### **ANALYSIS OF OPPORTUNITIES OF ANALYTICAL METHOD OF OPTIMIZATION IN CHEMICAL TECHNOLOGY**

The article analyzes the possibilities of optimization methods in chemical technology. The optimization of the technological process of production of any product contains an important stage - the determination (finding) of a mathematical model or the equation of the relationship of the output quality indicator of the product (target function, optimization parameter) with the parameters of this product or technological process (input factors). The search for optimal conditions is one of the most common scientific and technical problems. The process of solving these problems is called the optimization process or simply optimization. An example of optimization is the search for the optimal composition of multicomponent mixtures or alloys, increasing the productivity or operating efficiency of existing plants, improving product quality, reducing production costs. To solve optimization problems, you need to choose the right method. Of the main optimization methods that are most widely used in chemical technology, this article considers the analytical method.

**Keywords:** optimality criterion, optimization problem, mathematical model, optimizing parameters, function extremum, analytical optimization method, chemical-technological process, optimization object.

**О. П. ПРИЩЕНКО, Т. Т. ЧЕРНОГОР**

### **АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ В ХІМІЧНІЙ ТЕХНОЛОГІЇ**

У статті аналізуються можливості методів оптимізації в хімічній технології. Оптимізація технологічного процесу виробництва будь-якої продукції містить важливий етап - визначення (відшукування) математичної моделі або рівняння зв'язку вихідного показника якості виробу (цільової функції, параметра оптимізації) з параметрами цього виробу або технологічного процесу (вхідними факторами). Пошук оптимальних умов є однією з найбільш поширених науково-технічних завдань. Процес вирішення цих завдань називається процесом оптимізації або просто оптимізацією. Прикладом оптимізації є пошук оптимального складу багатокомпонентних сумішей або сплавів, підвищення продуктивності або ефективності роботи діючих установок, підвищення якості продукції, зниження витрат на виробництво виробів і т.п. Для вирішення завдань оптимізації потрібно правильно вибрати метод. З основних методів оптимізації, найбільш широко використовуваних в хімічній технології, в даній статті розглядається аналітичний метод.

**Ключові слова:** критерій оптимальності, завдання оптимізації, математична модель, оптимізуючі параметри, екстремум функції, аналітичний метод оптимізації, хіміко-технологічний процес, об'єкт оптимізації.

**О. П. ПРИЩЕНКО, Т. Т. ЧЕРНОГОР**

### **АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ В ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ**

В статье анализируются возможности методов оптимизации в химической технологии. Оптимизация технологического процесса производства любой продукции содержит важный этап – определение (отыскание) математической модели или уравнения связи выходного показателя качества изделия (целевой функции, параметра оптимизации) с параметрами этого изделия или технологического процесса (входными факторами). Поиск оптимальных условий является одной из наиболее распространенных научно-технических задач. Процесс решения этих задач называется процессом оптимизации или просто оптимизацией. Примером оптимизации является поиск оптимального состава многокомпонентных смесей или сплавов, повышение производительности или эффективности работы действующих установок, повышение качества продукции, снижение затрат на производство изделий и т.п. Для решения задач оптимизации нужно правильно выбрать метод. Из основных методов оптимизации, наиболее широко используемые в химической технологии, в данной статье рассматривается аналитический метод.

**Ключевые слова:** критерий оптимальности, задача оптимизации, математическая модель, оптимизирующие параметры, экстремум функции, аналитический метод оптимизации, химико-технологический процесс, объект оптимизации.

**Introduction.** Mathematical modeling – a method for studying processes or phenomena in mathematical models [1–5]. An important stage of mathematical modeling is the creation of a mathematical model that would adequately describe the process in question.

Typically, mathematical models of individual devices are created, based on models of processes that occur in these devices, and then technological schemes are modeled that connect these devices into a single technological process [6–10].

The ultimate goal of modeling a chemical process is its best implementation or its optimization.

Optimization is a purposeful activity, which consists in obtaining the best results (values of object parameters) under appropriate conditions [11–12].

An example of optimization is the search for the

optimal composition of multicomponent mixtures or alloys, increasing the productivity or operating efficiency of existing plants, improving product quality, reducing production costs, and the like. [13].

**Statement of the problem in general and its connection with important scientific or practical problems.** In order for the solution of optimization problems to be feasible, it is necessary to correctly determine the optimality criteria, present the target function, set restrictions on the optimizing parameters and choose the optimization method correctly.

Optimization consists in finding the extremum of the function in question or the optimal conditions for the process. To assess the optimum, it is first necessary to select an optimization criterion.

© Prishchenko O.P., Chernogor T.T., 2020

The criterion of optimization (optimality) is the quantitative assessment of the optimized quality of an object. This is the main sign of the effectiveness of solving the optimization problem.

Depending on specific conditions, as an optimality criterion, you can choose a technological criterion (for example, the maximum output of a unit volume of the apparatus), as well as an economic criterion (for example, the minimum cost of a product for a given productivity) [14].

#### Optimality criterion requirements.

1. The optimality criterion should be the only one.
2. The optimality criterion must be expressed by a number.

Based on the selected optimality criterion, an target function (benefit function) is compiled, which is the dependence of the optimality criterion on the parameters that affect its value.

The target function is an optimality criterion, considered as a function of input parameters:

$$F = F(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

The more or less  $F$ , the better.

Therefore, the optimum is the extremum (*max* or *min*) of the target function, and the optimization problem is reduced to finding the extremum.

Optimizing parameters are those system input parameters that are referred to as control parameters during the optimization process and which are used to optimize the process.

Constraints are conditions that must be observed regardless of how their observance will affect the value of the optimality criterion [15–17].

Examples of possible restrictions:

- by the quantity and quality of raw materials and products;
- according to the technology conditions:
  - a) for example, a temperature that cannot be higher than that at which the catalyst deteriorates (sinter) is selected as a control parameter;
  - b) cannot change the size of the device;
  - c) control parameter - space velocity;
- mixture flow rate is limited by pump power;
- for economic reasons (capital costs should not exceed the allocated amount);
- on labor protection and the environment.

According to mathematical characteristics, the restrictions are divided:

- restrictions of the type of equalities that establish certain values of one or another factor:

$$x_i = a_i$$

(for example, values are set for the composition of the raw materials, the dimensions of the apparatus, etc.);

- limitations of the type of inequalities that determine the limits of variation of process parameters.

For example,

$$f_i \geq a_i \text{ (performance not lower than the set);}$$

$$a_1 \leq f_1 \leq b_1 \text{ (temperature in a certain range);}$$

$f_k \leq b_k$  (temperature not higher than that which the material will withstand).

#### Statement of the optimization problem:

1. It is necessary to create a mathematical model of the optimization object.

2. Choose an optimality criterion, optimizing parameters and form a goal function.

3. Set possible restrictions that should be imposed on variables.

4. Choose an optimization method that allows you to find the extreme value of the desired quantities.

Thus, mathematically solving the optimization problem means determining the optimum function of the target.

There are static optimization problems for processes occurring in steady-state modes, and dynamic optimization problems in unsteady process modes.

#### Presentation of the main research material.

When solving a specific optimization problem, the researcher must choose a method that leads to final results with the least amount of computation.

The choice of a particular method is largely determined by the statement of the optimization problem, as well as the mathematical model of the optimization object.

The main optimization methods that are most widely used in chemical technology can be divided into several groups:

##### 1. Analytical methods:

- methods for studying the functions of classical analysis are used for deterministic processes with an optimality criterion in the form of differentiable functions;
- lagrange multiplier method - for problems with constraints such as equalities with the optimality criterion in the form of differentiable functions;
- variational methods - for tasks with an optimality criterion in the form of a functional, calculation of optimal temperature profiles of chemical reactors, optimal modes of batch processes;
- Pontryagin's maximum principle – a class of problems with objects that are described by differential and finite equations, the calculation of optimal control in control problems.

##### 2. Mathematical Programming Methods:

- geometric programming: processes with a mathematical description in the form of algebraic polynomial functions;
- dynamic programming: multi-stage processes with optimization criteria in the form of an additive function (partitioned reactors, cascade of devices, etc.);
- linear programming: processes that are described by linear algebraic equations with an optimality criterion in the form of a linear function.

##### 3. Gradient methods.

The object of optimization is the complex processes of chemical technology, individual objects and cascades of devices (optimization of non-linear and linear functions with non-linear and linear constraints).

4. Statistical Methods.

Optimization objects do not have a deterministic description. When compiling algorithms and programs using optimization methods, it is advisable to adhere to the modular principle, since multiple calls to the calculation of the target function are required [18–20].

Let us consider in more detail analytical optimization methods, which are classical methods for finding the extreme value of a function (min or max). They are used mainly in cases where the analytical form of the optimized function  $F$  of independent variables is known  $x_i$  and the number of variables  $x_i$  is small [21]. With a large number of variables, the so-called multidimensional barrier arises and the use of analytical methods becomes difficult.

The analytical search for the extreme value of the target function  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  reduces to equating its partial derivatives to zero:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

**Necessary and sufficient conditions for the existence of an extremum of a function of one variable**

The necessary conditions for the existence of an extremum of a continuous function  $F(x)$  (in the absence of restrictions) can be obtained based on the analysis of the first derivative  $\frac{dF}{dx}$ . The function  $F(x)$  can have

extreme value at those points of the  $x$  axis where the derivative  $\frac{dF}{dx}$  is zero or does not exist [1–4].

The fact that the derivative is equal to zero graphically means that the tangent to the curve  $F(x)$  at this point is parallel to the  $x$  axis (fig. 1).

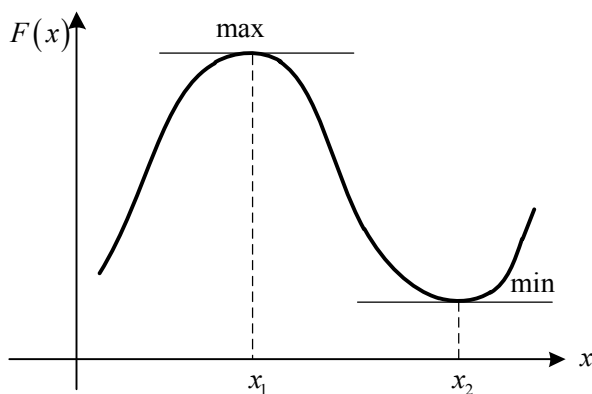


Fig. 1

We show the cases when the derivatives at the extremum points do not exist.

Types of extremes:

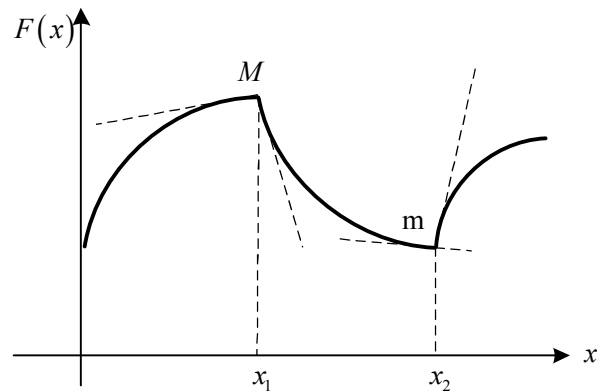


Fig. 2a

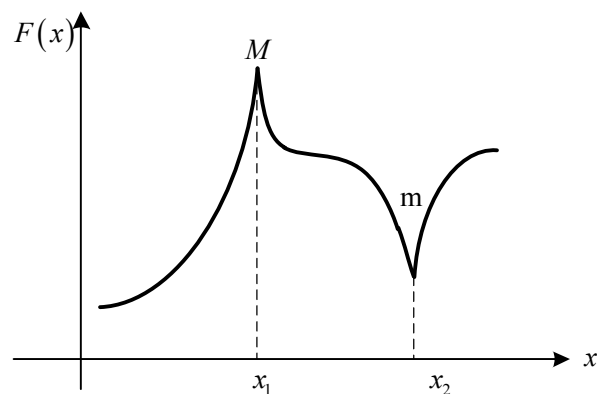


Fig. 2b

At points *min* and *max*, there exists a finite discontinuity of the derivative  $\frac{dF}{dx}$  (fig. 2a).

In figure 2b shows the case where at the extremum points the value of the derivative goes to infinity. An infinite discontinuity of the derivative occurs, in which its value varies from  $+\infty$  to  $-\infty$  at a point  $x_1$  and from  $-\infty$  to  $+\infty$  at a point  $x_2$  [6].

The conditions listed above ( $\frac{dF}{dx} = 0$ , the absence of a derivative) are necessary conditions for the existence of an extremum. But their implementation does not mean the presence of an extremum of the function at a given point (fig. 3).

In order to determine whether an extremum really exists at a point, the following additional studies are necessary:

1. Comparing function values.

The value of the function is calculated at the point suspected of extreme, and at two close points to the left and to the right of it ( $x_i + \xi$  and  $x_i - \xi$ , where  $\xi$  – small positive value).

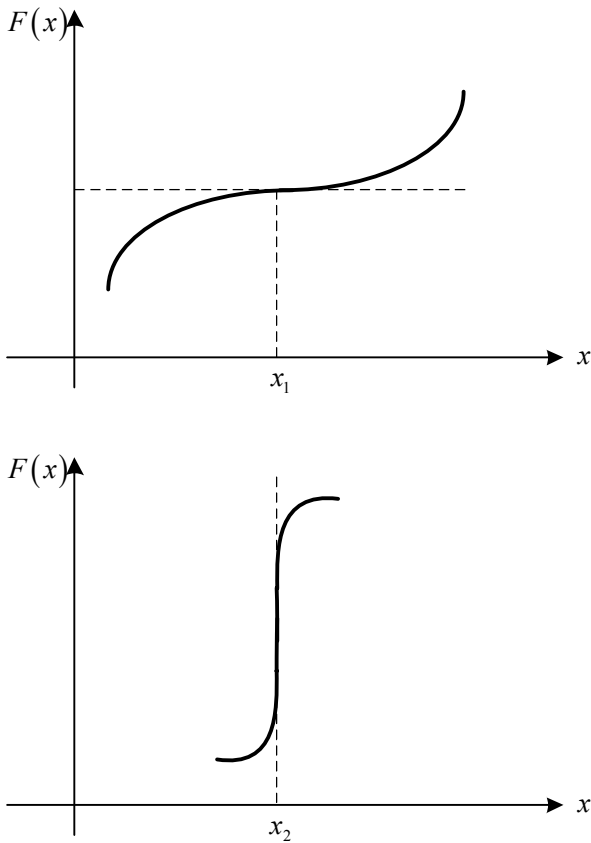


Fig. 3 – Cases of the absence of an extremum when the necessary conditions for its existence are fulfilled

If both values  $F(x_i + \xi)$  and  $F(x_i - \xi)$  are less or greater  $F(x_i)$ , then at the point  $x_i$  is the maximum or minimum, respectively. If  $F(x_i)$  it has an intermediate value, then at the point  $F(x_i)$  there is no extremum [7].

2. Derivative sign comparison.

The signs of the derivatives  $\frac{dF}{dx}$  at the points  $(x_i + \xi)$  and  $(x_i - \xi)$  are determined.

If the signs are different, then at the point  $x_i$  there is an extremum (if the sign changes from (+) to (-), then at the point  $x_i$  it is the maximum, if from (-) to (+) the minimum). If the signs coincide at the points  $(x_i + \xi)$  and  $(x_i - \xi)$ , then the point  $x_i$  is not extreme.

3. The study of the signs of higher derivatives.

This method can be applied if higher-order derivatives exist at points  $x_i$  (suspicious of an extremum).

Derivative is calculated  $\frac{d^2F}{dx^2}$ .

If the derivative  $\frac{d^2F}{dx^2} < 0$ , then the maximum is at the point  $x_i$ , if it is  $\frac{d^2F}{dx^2} > 0$ , then the minimum.

Most often they use the first two methods, because the latter is quite cumbersome [12].

Extremums of functions of many variables.

The solution to the optimization problem is complicated if the optimality criterion is a function of several independent variables.

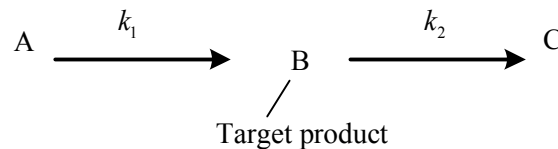
For a continuous function  $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  having continuous first and second order derivatives with respect to all variables  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), the necessary condition for the extremum at a point  $x_i$  is the vanishing of partial derivatives with respect to all variables, i.e. Points at which the extremum of the function can be determined by solving the system of equations

$$\frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

The left sides of the equations are functions of factors  $x_1, \dots, x_n$ . Therefore, the solution of system (2) gives the optimal value of the factors. If the process is optimized, then this solution corresponds to the optimal mode.

Consider the particular problems of optimizing the chemical process using mathematical models [8–9].

**Ideal mixing reactor optimization.** The reaction takes place in the ideal mixing reactor. [10]



Determine the optimal residence time of the reactants in the reactor at which the maximum yield of the target product B is achieved (fig. 4).

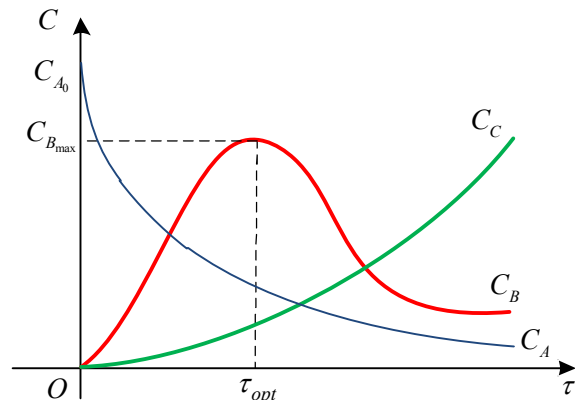


Fig. 4

Let's make a mathematical model:

$$\frac{dC_A}{d\tau} = \frac{1}{\tau}(C_{A_0} - C_A) - k_1 C_A; \quad (3)$$

$$\frac{dC_B}{d\tau} = \frac{1}{\tau}(C_{B_0} - C_B) + k_1 C_A - k_2 C_B; \quad (4)$$

$$\frac{dC_C}{d\tau} = \frac{1}{\tau}(C_{C_0} - C_C) + k_2 C_B; \quad (5)$$

Initial conditions: at  $\tau = 0$ ,  $C_A(0) = C_{A_0}$ ;  
 $C_B(0) = C_{B_0}$ .

In stationary mode of operation of the reactor

$$\frac{dC_B}{d\tau} = 0;$$

When  $C_{B_0} = 0$  equation (4) takes the following form:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\tau}C_B + k_1 C_A - k_2 C_B &= 0; \\ k_1 C_A \cdot \tau &= C_B + k_2 C_B \cdot \tau; \\ C_B &= \frac{k_1 C_A \cdot \tau}{1 + k_2 \cdot \tau}. \end{aligned} \quad (6)$$

Equate to equation (3):

$$\begin{aligned} C_{A_0} - C_A - k_1 C_A \cdot \tau &= 0; \\ C_{A_0} &= C_A(1 + k_1 \tau); \\ C_A &= \frac{C_{A_0}}{(1 + k_1 \tau)}. \end{aligned} \quad (7)$$

We substitute the resulting expression in (6):

$$C_B = \frac{k_1 C_{A_0} \tau}{(1 + k_1 \tau)(1 + k_2 \tau)}. \quad (8)$$

To determine the optimal contact time ( $\tau_{opt}$ ) at which the maximum concentration value  $C_B$  is reached, it is necessary to differentiate equation (8) with respect to  $\tau$  and equate the derivative to zero:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} &= \frac{k_1 C_{A_0} (1 + k_1 \tau)(1 + k_2 \tau)}{[(1 + k_1 \tau)(1 + k_2 \tau)]^2} - \\ & - \frac{k_1 C_{A_0} \tau [k_1(1 + k_2 \tau) + k_2(1 + k_1 \tau)]}{[(1 + k_1 \tau)(1 + k_2 \tau)]^2} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

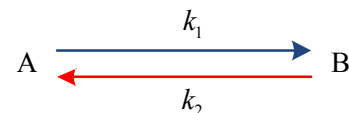
From here we express the contact time:

$$\tau_{opt} = \frac{1}{\sqrt{k_1 \cdot k_2}};$$

$$F = C_{B_{max}} = \frac{k_1 C_{A_0} \frac{1}{\sqrt{k_1 \cdot k_2}}}{\left(1 + \frac{k_1}{\sqrt{k_1 \cdot k_2}}\right) \left(1 + \frac{k_2}{\sqrt{k_1 \cdot k_2}}\right)} \quad (10)$$

**The task of finding the optimal temperature of a reversible chemical reaction.**

Chemical reaction proceeds



If a chemical reaction proceeds without side steps, then the reaction rate can be chosen as the criterion of optimality [22, 23].

The target function has the form

$$F = W = k_1 \cdot e^{\frac{-E_1}{RT}} \cdot C_A - k_2 \cdot e^{\frac{-E_2}{RT}} \cdot C_B \quad (11)$$

Set limits and choose optimizing factors.

The optimality criterion  $F$  depends on three parameters:  $T$ ,  $C_A$  and  $C_B$ . But  $C_A$  and  $C_B$  they cannot be chosen as optimizing parameters, because they are not system inputs, but are reaction results, that is, to increase the speed it is necessary to have as much substance  $C_A$  and less  $C_B$ .

The goal of the process is the opposite - to increase the concentration of substance  $B$  and reduce the concentration of substance  $A$ . Therefore, the concentrations  $C_A$  and  $C_B$  cannot be considered independent factors.

Thus, there is only one independent parameter that affects the function of the target  $F$  – temperature. Therefore, the present problem is the problem of the optimum temperature of a chemical reaction.

However, at different values  $C_A$  and  $C_B$ , the effect of temperature can be different. Therefore, we pose the problem as follows: find the optimal temperature of the chemical reaction at fixed values  $C_A$  and  $C_B$ . Thus, concentrations  $C_A$  and  $C_B$  act as constraints in the form of equalities

$$\begin{cases} C_{A/t=0} = C_{A_0}; \\ C_{B/t=0} = C_{B_0}. \end{cases}$$

The second limitation of the type of inequalities (mandatory): the temperature cannot exceed a certain maximum value  $T_{max}$

$$T \leq T_{max}$$

If the reaction is irreversible, i.e.  $k_2 = 0$ , then the first term remains in the equation, which grows unlimited with increasing temperature. In this case, the optimum is determined by the restriction:

$$T_{opt} = T_{max};$$

$$W = k_1 \cdot e^{\frac{-E_1}{RT}} \cdot C_A - k_2 \cdot e^{\frac{-E_2}{RT}} \cdot C_B; \frac{dW}{dt} = 0;$$

$$k_1 \cdot e^{\frac{-E_1}{RT}} \cdot C_A \cdot \frac{E_1}{R} \cdot \frac{1}{T^2} - k_2 \cdot e^{\frac{-E_2}{RT}} \cdot C_B \cdot \frac{E_2}{R} \cdot \frac{1}{T^2} = 0;$$

$$k_1 \cdot e^{\frac{-E_1}{RT}} \cdot C_A E_1 = k_2 \cdot e^{\frac{-E_2}{RT}} \cdot C_B E_2;$$

$$\frac{E_1 \cdot k_1 \cdot C_A}{E_2 \cdot k_2 \cdot C_B} = \frac{e^{\frac{-E_1}{RT}}}{e^{\frac{-E_2}{RT}}} = e^{\frac{E_1 - E_2}{RT}};$$

$$\ln \left( \frac{E_1 \cdot k_1 \cdot C_A}{E_2 \cdot k_2 \cdot C_B} \right) = \frac{E_1 - E_2}{RT};$$

$$T = \frac{E_1 - E_2}{k \cdot \ln \left( \frac{E_1 \cdot k_1 \cdot C_A}{E_2 \cdot k_2 \cdot C_B} \right)}.$$

### Conclusions and development prospects of this direction.

The application of the optimization method considered in this paper requires knowledge of the corresponding sections of mathematical analysis. In practical classes in higher mathematics, considering the topic «Finding the points of the extremum of a function», one has to solve problems of a general nature. But for students of the Educational Scientific Institute of Chemical Technology and Engineering, tasks that are directly related to their specialty are of greater interest.

Thus, considering tasks similar to the ones presented in this article, we will increase the interest and motivation of future specialists to study this material.

### References

1. Высшая математика в примерах и задачах: уч. пособ. : Т. 2 / Ю.Л. Геворкян, Л.А. Балака, С.С. Габриелян и др. ; под ред. Ю.Л. Геворкяна. – Х.: Підручник НТУ «ХП», 2011. – 376 с.
2. Вища математика в прикладах і задачах: у 2 т. Т. 2 : Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Диференціальні рівняння та ряди : навч. посіб. / Л.В. Курпа, Н.О. Кириллова, Г.Б. Лінник та ін. ; за ред. Л.В. Курпи. – Харків : НТУ «ХП», 2009. – 432 с.
3. Геворкян Ю.Л. Краткий курс высшей математики : учеб. пособ. : в 2 ч. Ч. 2 / Ю.Л. Геворкян, А.Л. Григорьев, Н.А. Чикина. – Х. : Підручник НТУ «ХП», 2011. 476 с.
4. Диференціальні рівняння та їх застосування : н.-мет. посіб. / Прищенко О.П., Черногор Т.Т. – Х. : НТУ «ХП», 2017. – 88 с.
5. Ерёмин В.В. Математика в химии. – 2-е изд., испр. / В.В. Ерёмин. – М. : МЦНМО, 2016. – 64 с.
6. Збірник розрахунково-графічних завдань з вищої математики : у 2 ч. Ч. 2 / Н.О. Чікіна, А.М. Гайдаш, В.Д. Крупа та ін. ; за ред. Н.О. Чікіної. – Х. : Підручник НТУ «ХП», 2013. – 216 с.
7. Методические указания к решению расчетных заданий по теме «Дифференциальные уравнения и их приложения» по курсу высшей математики для студентов химических специальностей / сост. А.М. Мануйлова, Е.И. Орлова, Т.Т. Черногор и др. – Харьков : ХПИ, 1989. – 76 с.
8. Прищенко О. П., Черногор Т. Т. Аналіз прикладів застосування диференціальних рівнянь в хімічній та харчовій технології // Вісник НТУ «ХП». – Харків : НТУ «ХП», 2018. – № 40 (1316). – с. 39 – 45.
9. Прищенко О.П., Черногор Т.Т., Бухкало С.І. Деякі особливості проведення кореляційного аналізу Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVII міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2019, 15-17 травня 2019 р.: у 4 ч. Ч. II / за ред. проф. Сокола Є.І. – Харків: НТУ «ХП». – с.320.
10. Прищенко О.П., Черногор Т.Т. Деякі особливості проведення регресійного аналізу Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVII міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2019, 15-17 травня 2019 р.: у 4 ч. Ч. II / за ред. проф. Сокола Є.І. – Харків: НТУ «ХП». – с. 319.
11. Скатецкий В.Г. Математические методы в химии : учеб. пособ. для студентов вузов / В.Г. Скатецкий, Д.В. Свиридов, В.И. Яшкин. – Минск : ТетраСистемс, 2006. – 368 с.
12. Тевяшев А.Д. Вища математика у прикладах та задачах : у 3 ч. Ч. 3 : Диференціальні рівняння. Ряди. Функції комплексної змінної. Операційне числення : навч. посіб. / А.Д. Тевяшев, О.Г. Литвин. – Харків : ХНУРЕ, 2002. – 596 с.
13. Бухкало С.І. Деякі моделі процесів хімічного спінювання вторинного поліетилену // Вісник НТУ «ХП». Х.: НТУ «ХП». 2017. № 18 (1240). – С. 35–45.
14. Бухкало С.І. Загальна технологія харчової промисловості: тестові завдання (підручник з грифом МОНУ), Київ: Центр учбової літератури, 2014. – 412 с.
15. Бухкало С.І., Ігліч С. П. Деякі моделі дослідження структурно-хімічних змін при експлуатації полімерних виробів. Інтегровані технології та енергозбереження. Х.: НТУ «ХП», 2016. № 3. – С. 52–57.
16. Бухкало С.І. Деякі властивості полімерних відходів у якості сировини для енерго- і ресурсозберігаючих процесів // Інтегровані технології та енергозбереження. – Х.: НТУ «ХП». 2014. – № 4. – с. 29–33.
17. Бухкало С.І. Моделі енергетичного міксу для утилізації полімерної частки ТПВ // Вісник НТУ «ХП». – Х.: НТУ «ХП». 2016. – № 19 (1191). – с. 23–32.
18. Prishchenko O.P., Chernogor T.T. Using of methods of cross-correlation and regressive analysis for determination of functional dependence between sizes // Вісник НТУ «ХП» Серія: Інноваційні дослідження у наукових роботах студентів. – Харків : НТУ «ХП», 2019. – №15 (1340). – С. 36 – 41.
19. S. Bukhhalo, A. Ageicheva, O. Komarova. Distance learning main trends. Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доп. XXVI міжн. н-пр. конф. MicroCAD-2018, 16-18 травня 2018р. Ч. II / за ред. проф. Сокола Є.І. Х.:НТУ «ХП». 205 с.
20. Бухкало С.І., Білоус О.В., Демидов І.М. Розробка комплексного антиоксиданту із екстрактів листя горіху волоського та календули. Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2015. № 1/6(73), – с. 22–26. – Х. : Технол. центр.
21. Zipunnikov Mykola; Bukhhalo Svetlana; Kotenko Anatolii. Researching The Process Of Hydrogen Generating From Water With The Use Of The Silicon Basis Alloys. French-Ukrainian Journal of Chemistry, [S.l.], v. 7, n. 2, p. 138-144, dec. 2019. doi:http://dx.doi.org/10.17721/ fujcV7I2, pp. 138–144. <http://kyivtoulouse.univ.kiev.ua/>
22. Bilous, O., Sytnik, N., Bukhhalo, S., Glukhykh, V., Sabadosh, G., Natarov, V., Yarmysh, N., Zakharkiv, S., Kravchenko, T., & Mazaeva, V. (2019). Development of a food antioxidant complex of plant origin. Eastern-European Journal Of Enterprise Technologies, 6(11 (102)), 66–73.

doi:<http://dx.doi.org/10.15587/1729-4061.2019.186442>.  
<http://journals.uran.ua/ejet/article/view/186442>.

23. Bukhhalo S.I., Klemeš J.J., Tovazhnyansky L.L., Arsenyeva O.P., Kapustenko P.O., Perevertaylenko O.Y. Eco-friendly synergetic processes of municipal solid waste polymer utilization. *Chemical Engineering Transactions*, Vol.70, (2018), – pp.2047–2052.

#### References (transliterated)

1. Vysshaja matematika v primerah i zadachah : ucheb. posob. : T. 2 / Ju.L. Gevorkjan, L.A. Balaka, S.S. Gabrieljan i dr. ; pod red. Ju.L. Gevorkjana. – Khar'kiv : Pidruchnik NTU «KhPI», 2011. – 376 p.
2. Vishha matematika v prikladah i zadachah : u 2 t. T. 2 : Diferencial'ne ta integral'ne chislennja funkcij bagat'oh zmynnih. Diferencial'ni rivnjannja ta rjadi : navch. posib. / L.V. Kurpa, N.O. Kirillova, G.B. Linnik ta in. ; za red. L.V. Kurpi. – Khar'kiv : NTU «KhPI», 2009. – 432 p.
3. Gevorkjan Ju.L. Kratkij kurs vysshej matematiki : ucheb. posob. : v 2 ch. Ch. 2 / Ju.L. Gevorkjan, A.L. Grigor'ev, N.A. Chikina. – Khar'kiv : Vid-vo «Pidruchnik NTU «KhPI», 2011. – 476 p.
4. Diferencial'ni rivnjannja ta ih zastosuvannja : navch.-metod. posib. / Prishhenko O.P., Chernogor T.T. – Khar'kiv : NTU «KhPI», 2017. – 88 p.
5. Erjomin V.V. Matematika v himii. – 2-e izd., ispr. / V.V. Erjomin. – M. : MCNMO, 2016. – 64 p.
6. Zbirnik rozrahunkovo-grafichnih zadan' z vishhoj matematiki : u 2 ch. Ch. 2 / N.O. Chikina, A.M. Gajdash, V.D. Krupka ta in. ; za red. N.O. Chikinoi. – Khar'kiv : Vid-vo «Pidruchnik NTU «KhPI», 2013. – 216 p.
7. Metodicheskie ukazanija k resheniju raschetnyh zadaniy po teme «Diferencial'nye uravnenija i ih prilozhenija» po kursu vysshej matematiki dlja studentov himicheskikh special'nostej / sost. A.M. Manujlova, E.I. Orlova, T.T. Chernogor i dr. – Khar'kiv : KhPI, 1989. – 76 p.
8. Prishhenko O. P., Chernogor T. T. Analiz prikladiv zastosuvannja diferencial'nikh rivnian v khimichnij ta kharchovij tehnologii // *Visnik NTU «KhPI»*. – Khar'kiv : NTU «KhPI», 2018. – № 40 (1316). – p. 39–45.
9. Prishhenko O.P., Chernogor T.T., Bukhhalo S.I. Dejaki osoblivosti provedennja koreljacijnogo analizu Informacijni tehnologii: nauka, tehnika, tehnologija, osvita, zdorov'ja: tezi dopovidej XXVII mizhnarodnoi naukovo-praktichnoi konf. MicroCAD-2019, 15-17 travnja 2019 r.: u 4 ch. Ch. II. / za red. prof. Sokola E.I. – Khar'kiv: NTU «KhPI». – p.320.
10. Prishhenko O.P., Chernogor T.T. Dejaki osoblivosti provedennja regresijnogo analizu Informacijni tehnologii: nauka, tehnika, tehnologija, osvita, zdorov'ja: tezi dopovidej XXVII mizhnarodnoi naukovo-praktichnoi konferencii MicroCAD-2019, 15-17 travnja 2019 r.: u 4 ch. Ch. II. / za red. prof. Sokola E.I. – Khar'kiv: NTU «KhPI». – p. 319.
11. Skateckij V.G. Matematicheskie metody v himii : ucheb. posob. dlja studentov vuzov / V.G. Skateckij, D.V. Sviridov, V.I. Jashkin. – Minsk : TetraSistems, 2006. – 368 p.
12. Tevjashev A.D. Vishha matematika u prikladah ta zadachah : u 3 ch. Ch. 3 : Diferencial'ni rivnjannja. Rjadi. Funkcii kompleksnoi zminnoi. Operacijne chislennja : navch. posib. / A.D. Tevjashev, O.G. Litvin. – Khar'kiv : HNURE, 2002. – 596 p.
13. Bukhhalo S.I. Dejaki modeli procesiv himichnogo spinjuvannja vtorinnogo polietilenu // *Visnik NTU «KhPI»*. Kh.: NTU «HPI». 2017. № 18 (1240), pp. 35–45.
14. Bukhhalo S.I. Zagal'na tehnologija harchovoi promislivosti: testovi zavdannja (pidruchnik z grifom MONU), Kiiv: Centr uchbovoi literaturi, 2014. – 412 p.
15. Bukhhalo S.I., Iglin S.P. Dejaki modeli doslidzhennja strukturno-himichnih zmin pri eksploatacii polimernih virobiv. Integrovani tehnologii ta energoberezhennja. H.: NTU «HPI», 2016. № 3, – pp. 52–57.
16. Bukhhalo S.I. Dejaki vlastivosti polimernih vidhodiv u jakosti sirovini dlja energo- i resursozberigajuchih procesiv // Integrovani tehnologii ta energoberezhennja. – H.: NTU «HPI». 2014. – № 4, – pp. 29–33.
17. Bukhhalo S.I. Modeli energetichnogo miksu dlja utilizacii polimernoj chastki TPV // *Visnik NTU «KhPI»*. – H.: NTU «HPI». 2016. – № 19 (1191), – pp. 23–32.
18. Prishhenko O.P., Chernogor T.T. Using of methods of cross-correlation and regressive analysis for determination of functional dependence between sizes // *Visnik NTU «KhPI»* – Kh.: NTU «KhPI», 2019. – №15 (1340), pp. 36–41.
19. S. Bukhhalo, A. Ageicheva, O. Komarova. Distance learning main trends. Informacijni tehnologii: nauka, tehnika, tehnologija, osvita, zdorov'ja: tezi dopovidej HXVI mizhn. n-pr. konf. MicroCAD-2018, 16-18 travnja 2018r. Ch. II / za red. prof. Sokola E.I. H.: NTU «KhPI». – 205 p.
20. Bukhhalo S.I., Bilous O.V., Demidov I.M. Rozrobka kompleksnogo antioksidantu iz ekstraktiv listja gorihu volos'kogo ta kalendulr. *Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij*. No.1/6(73), (2015), – pp. 22–26. Harkiv : «Tehnolog. centr».
21. Zippunnikov, Mykola; Bukhhalo, Svetlana; Kotenko, Anatolii. Researching The Process Of Hydrogen Generating From Water With The Use Of The Silicon Basis Alloys. *French-Ukrainian Journal of Chemistry*, [S.I.], v. 7, n. 2, p. 138-144, dec. 2019. doi:<http://dx.doi.org/10.17721/fujcV7I2P138-144>. <http://kyivtoulouse.univ.kiev.ua/journal/index.php/fruajc/article/view/258>.
22. Bilous, O., Sytnik, N., Bukhhalo, S., Glukhykh, V., Sabadosh, G., Natarov, V., Yarmysh, N., Zakharkiv, S., Kravchenko, T., & Mazaeva, V. (2019). Development of a food antioxidant complex of plant origin. *Eastern-European Journal Of Enterprise Technologies*, 6(11 (102)), 66–73. doi:<http://dx.doi.org/10.15587/1729-4061.2019.186442>. <http://journals.uran.ua/ejet/article/view/186442>.
23. Bukhhalo S.I., Klemeš J.J., Tovazhnyansky L.L., Arsenyeva O.P., Kapustenko P.O., & Perevertaylenko O.Y. (2018). Eco-friendly synergetic processes of municipal solid waste polymer utilization. *Chemical Engineering Transactions*, 70, 2047–2052. doi:10.3303/CET1870342.

Надійшло (received) 21.03.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Прищенко Ольга Петрівна (Прищенко Ольга Петровна, Prishchenko Olga Petrivna)** – асистент кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0530-2131> e-mail: priolga2305@gmail.com

**Черногор Тетяна Тимофіївна (Черногор Татьяна Тимофеевна, Chernogor Tetiana Timofiyivna)** – старший викладач кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7823-7628> e-mail: tatyanchernogor54@gmail.com