UDC 378.65.011.56 doi: 10.20998/2220-4784.2019.15.07

O. P. PRISHCHENKO, T. T. CHERNOGOR

USING OF METHODS OF CROSS-CORRELATION AND REGRESSIVE ANALYSIS FOR DETERMINATION OF FUNCTIONAL DEPENDENCE BETWEEN SIZES

In article it is told about use of methods of correlation and regression analysis when determining functional dependence between values. When studying different objects of a research in laboratory or working conditions there is a need of establishment of the most probable interrelations and interdependence between two or more variable. Sometimes it happens simply as communication easily is found or is in advance known from any theoretical premises. However identification of such communications between different indicators, factors is much more often, signs is extremely difficult task. Researchers face need of introduction of some hypothesis of the nature of communication in the form of functional dependence, i.e. approximation by its some rather simple mathematical expression, for example, linear equation or a polynomial. Methods of correlation and regression analyses are very useful to search of such mathematical functional or structural dependences between two or more variable (on the saved-up experimental data).

Keywords: correlation analysis; regression analysis; functional dependence; approximation; mathematical expression; linear equation; correlation coefficient; thermopower thermocouple.

О. П. ПРІЩЕНКО, Т. Т. ЧЕРНОГОР

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ КОРЕЛЯЦІЙНОГО І РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ВЕЛИЧИНАМИ

У статті визначені можливості використання методів кореляційного і регресійного аналізу функціональної залежності між величинами. При вивченні різних об'єктів експериментального дослідження в лабораторних або виробничих умовах виникає необхідність встановлення найбільш вірогідних взаємозв'язків і взаємозалежностей між двома або більше змінними. Іноді це буває просто, оскільки зв'язок легко виявляється або заздалегідь відомий з яких-небудь теоретичних передумов. Проте набагато частіше виявлення таких зв'язків між різними показниками, факторами, ознаками є надзвичайно складним. Дослідники стикаються з необхідністю введення деякої гіпотези про характер зв'язку у вигляді функціональної залежності, тобто апроксимації її деяким відносно простим математичним вираженням, наприклад, лінійним рівнянням або многочленом. Для пошуку таких математичних функціональних або структурних залежностей між двома або більше змінними (за накопиченими експериментальними даними) дуже корисні методи кореляційного і регресійного аналізів.

Ключові слова: кореляційний аналіз; регресійний аналіз; функціональна залежність; апроксимація; математичний вираз; лінійне рівняння; коефіцієнт кореляції; термоедс термопари.

О. П. ПРИЩЕНКО, Т. Т. ЧЕРНОГОР

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ КОРРЕЛЯЦИОННОГО И РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНАМИ

В статье обозначены возможности использования методов корреляционного и регрессионного анализа функциональной зависимости между величинами. При проведении эксперимента часто приходится сталкиваться с необходимостью установления взаимозависимости между двумя или несколькими величинами с целью получения эмпирической формулы. В некоторых случаях это оказывается простой задачей, так как эти связи практически наглядны или заранее известны. Как правило, установить взаимосвязь между различными показателями, факторами и признаками, далеко не тривиальная задача. Возникает необходимость использования некоторой гипотезы в виде функциональной зависимости. Другими словами, необходимо заменить эту функциональную зависимость достаточно простым математическим выражением. Таким математическим выражением может быть линейное уравнение или многочлен. Для того чтобы, используя данные эксперимента, определить такую математическую или функциональную зависимость между переменными, применяют методы корреляционного и регрессионного анализов.

Ключевые слова: корреляционный анализ; регрессионный анализ; функциональная зависимость; аппроксимация; математическое выражение; линейное уравнение; коэффициент корреляции; термоэдс термопары.

Introduction. When studying various research objects in a laboratory or production environment, it becomes necessary to establish the most likely relationships and interdependencies between two or more variables.

Sometimes this happens simply because the connection is easily detected or is known in advance from any theoretical premises. However, it is much more often to identify such links between various indicators, factors, signs is extremely difficult.

Statement of the problem in general and its connection with important scientific or practical problems. Researchers face need of introduction of some hypothesis of the nature of communication in the form of functional dependence, i.e. approximation by its some rather simple mathematical expression, for example, linear equation or a polynomial.

Methods of correlation and regression analyses are very useful to search of such mathematical functional or structural dependences between two or more variable (on the saved-up experimental data).

Correlation analysis gives the answer to a statistical hypothesis about absence or existence of communication between variables with some beforehand the set confidential probability.

Definition of functional dependence between different values (in the simplest case y from x) on their experimental values is carried out by means of regression analysis. Widely known least-squares method is its cornerstone. Offering this or that equation of regression, the researcher defines both existence of dependence between variables, and its mathematical look.

Presentation of the main research material.

1. Correlation coefficient. The concept of "correlation" comes from the Latin word correlatio - correlation. In mathematical statistics, correlation refers to any relationship between two or more variable random variables.

The presence or absence of a connection between two random variables in the first approximation is judged by the correlation field (Fig. 1).

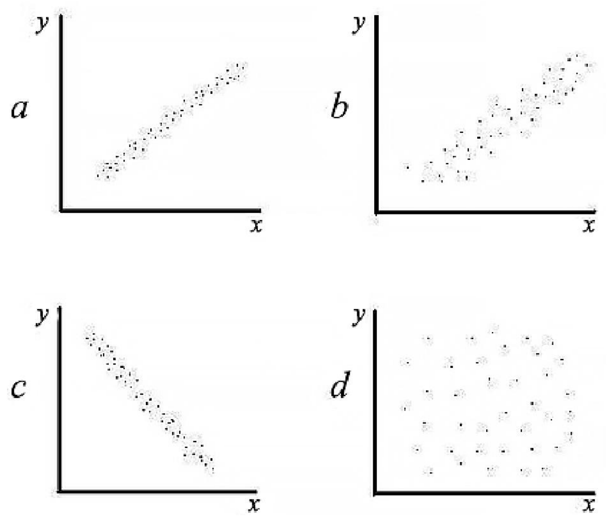

Fig. 1. Correlation field of two random variables: with a different nature of correlation: a – strong positive; b – weak positive; c – strong negative; d – absence

A positive correlation between random variables characterizes such a probabilistic dependence, at which with the increase of one of them the other will also increase on average (Fig. 1, a). With a negative correlation with an increase in one random variable, the other decreases on average (Fig. 1, c). Correlation analysis allows us to estimate the closeness of the relationship of various parameters or factors affecting the process. In general, the task of identifying and assessing the strength of communication in mathematical statistics has not been solved. There are only indicators that allow to evaluate one or another side of a random connection. Of these, the most important indicators is the correlation coefficient.

If we assume that m tests have been carried out and the values of two random variables x_i and y_i were noted for each, then the sample correlation coefficient will be equal to:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{(m-1)S_x S_y}, \tag{1}$$

where S_x, S_y – standard deviations.

The correlation coefficient is a dimensionless quantity whose modulus does not exceed one. $r_{xy} \le 1$. For independent values x and y $r_{xy} = 0$ means no linear relationship. Equality $|r_{xy}| = 1$ indicates the presence of a linear relationship between the quantities at which each x value only one matches y.

The correlation coefficient is a rather rough estimate of the closeness of the connection, which makes sense only with a linear relationship between the parameters. Even with a high correlation coefficient, it is impossible to draw reliable conclusions about the presence of a statistical connection, since the simultaneous adjustment of parameters leads to their artificial (false) correlation. Similarly, a small correlation coefficient is not always a consequence of the lack of connection between the parameters, but may be the result of a non-linear nature of the relationship.

2. Construction of a mathematical model based on the results of the experiment. A mathematical model is a relationship between parameters and process factors, obtained theoretically or experimentally. The mathematical model is compact and convenient for researching and managing the actual process.

The use of a mathematical model allows:

- choose the optimal technological mode of the process;
- reduce the research plan in the development of production technology;
- create a process control system.

In the experimental study of functional dependence y on x produce a series of measurements of magnitude y at various values x.

Results can be presented in the form of tables or graphs. The task is to provide an analytical representation of the desired functional dependence, that is, to select a formula that describes the results of the experiment.

The peculiarity of the problem is that the presence of random measurement errors (or, as they say, the presence of 'noise' in the experiment) makes it impossible to select a formula that accurately describes all the experimental values.

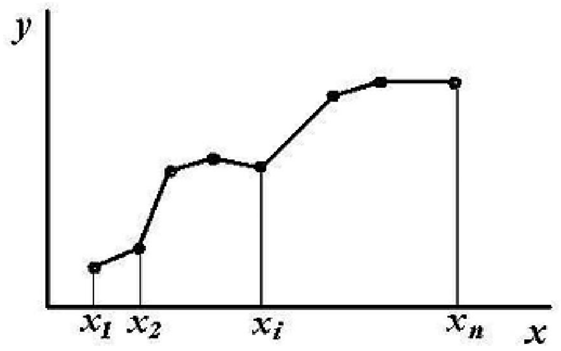

Fig. 2. An example of the variation of experimental points

So, for example, sequential connection of all experimental points with straight line segments will give a very complex dependence (Fig. 2). Therefore, the graph of the desired function should not pass through all points, but should, if possible, smooth out the "noise".

Smoothing “noise” will be the more accurate and reliable, the more experiments will be performed.

First of all, the researcher must choose the type of curve for which he will look for an approximating equation. The following is for reference a few of the most common types of approximating curves and their corresponding equations:

straight line $y = b_0 + b_1 x$; (2)

square parabola $y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$; (3)

n-degree parabola
$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + ... + b_n x^n$; (4)

hyperbole
$y = 1/b_0 + b_1 x$ или $1/y = b_0 + b_1 x$; (5)

logarithmic curve $y = b_0 + b_1 \lg x$. (6)

Of course, many other types of curves can be applied. In order to decide which approximation to use, one should study the correlation field and compare the location of the experimental points with the shape of the curves corresponding to different equations.

The shape of some of them is shown in Figure 3.

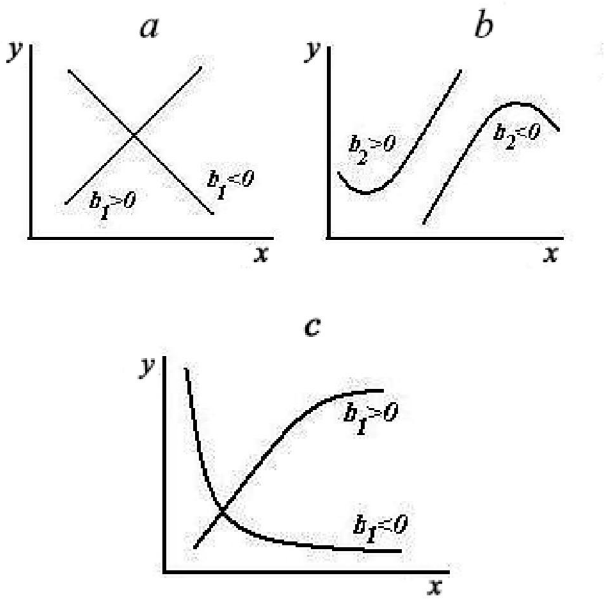

Fig. 3. Forms of various regression curves:
a) $y = b_0 + b_1 x$ if $b_1 > 0$, $b_1 < 0$;
b) $y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$ if $b_1 > 0$, $b_1 < 0$;
c) $y = b_0 + b_1 \lg x$ if $b_1 > 0$, $b_1 < 0$.

The form of communication is not mathematically selected. One can only check how adequate the form of connection chosen by the researcher is to the experimental points.

Thus, the task is reduced to determining the parameters of the equation b_0, b_1 etc. In addition, the type of formula can be known in advance from the theoretical description of the object being modeled.

Denote the selected functional dependence through the equation:

$$y = f(x_i; \tilde{\beta}_i), \quad (7)$$

where $i = 1, 2, ..., n$; $\tilde{\beta}_i$ – experimental estimates of the parameters of the equation.
This equation is called the regression equation, and the expectation of this functional dependence

$$M(y_i) = M\left[f(x_i; \tilde{\beta}_i) \right] \quad (8)$$

called regression.

The word “regression” entered into the statistics of Francis Galton (1822–1911) – English mathematician. Finding parameter estimates and studying the resulting models are called regression analysis.

The resulting equation is called the empirical formula, and the parameter estimates for the function f is called estimation of empirical formula parameters.

3. Determination of the regression equation by the method of least squares. One of the most common methods of regression analysis is the least squares method, the first presentation of which was given by the French mathematician Adrien Marie Alexander (1752–1833) and further developed by the German scientist Karl Friedrich Gauss (1777–1855).

For the simplest, single-factor case the response function or the regression equation when we have two variable random variables y and x_1 is:

$$y = b_0 + b_1 x_1. \quad (9)$$

This is a straight line equation. The purpose of determining the parameters of the empirical formula is the calculation of unknown coefficients b_0 and b_1.

If all the experimental points were strictly on a straight line, then each of them would be true:

$$y_i - b_0 - b_1 x_{1i} = 0. \quad (10)$$

where $i = 1, 2, ..., n$ – number of experience.

In practice, this equality is violated, instead you have to write:

$$y_i - b_0 - b_1 x_{1i} = \Delta y_i, \quad (11)$$

where Δy_i – the difference between the experimental and calculated by the regression equation values y at the i experimental point. This value is sometimes called the discrepancy.

Denoting by $\hat{y}$ the calculated value of the function (according to the regression equation), we get:

$$\hat{y} = b_0 - b_1 x_{1i}, \tag{12}$$

$$y_i - \hat{y}_i = \Delta y_i. \tag{13}$$

The discrepancy Δy_i arises for two reasons:

1) experiment error;
2) unsuitability of the model.

Moreover, these reasons are mixed and without additional information it is impossible to decide which of the reasons prevails. For this purpose, methods are used to estimate the errors of experience and the suitability of the model (the adequacy of the model).

Always seek to find regression coefficients at which the residuals will be minimal. Here is one of the possible entries:

$$U = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i^2 = \min. \tag{14}$$

It leads to the least squares method.

The smallest cubes method is also possible:

$$\sum_{i=1}^{n} \left|\Delta y_i^3\right| = \min. \tag{15}$$

A method is also possible in which the sum of modules (absolute values) of residuals is minimized:

$$\sum_{i=1}^{n} \left|\Delta y_i\right| = \min. \tag{16}$$

The condition (14) underlying the least squares method is considered the most successful compromise.

When setting up an experiment, more experiments are usually conducted than the number of unknown coefficients. Therefore, the system of linear equations

$$\begin{cases} \Delta y_1 = y_1 - b_0 - b_1 x_{11}, \\ \Delta y_2 = y_2 - b_0 - b_1 x_{12}, \\ ----------- \\ \Delta y_i = y_i - b_0 - b_1 x_{1i}. \end{cases} \tag{17}$$

is often controversial.

If all the experimental points lie on a straight line, then only then the system becomes defined and has a unique solution with respect to b_0 and b_1.

The method of least squares has the remarkable property that makes any arbitrary system of equations defined. The number of equations is equal to the number of unknown coefficients. The regression equation is: $y = b_0 + b_1 x_1$. It has two unknown meanings (b_0 and b_1).

Using the least squares method, we rewrite equation (14) otherwise:

$$U = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - b_0 - b_1 x_{1i}\right)^2 = \min. \tag{18}$$

It is known that the minimum of some function, if it exists, is achieved while the partial derivatives over all unknowns are equal to zero, that is:

$$\frac{\partial U}{\partial b_0} = 0, \ \frac{\partial U}{\partial b_1} = 0. \tag{19}$$

Calculate partial derivatives:

$$\begin{cases} -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_{1i}\right) = 0, \\ -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_{1i}\right) x_{1i} = 0. \end{cases} \tag{20}$$

Open brackets, convert:

$$\begin{cases} nb_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i b_1 = \sum_{i=1}^{n} y_i, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i} b_0 = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 b_1 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{1i}. \end{cases} \tag{21}$$

This system is called a system of normal equations. Formulas for calculating b_0 and b_1 are convenient to find with the help of determinants.

The final formulas are:

$$b_0 = \frac{\sum y_i \sum x_{1i}^2 - \sum y_i x_{1i} \sum x_{1i}}{n \sum x_{1i}^2 - \left(\sum x_{1i}\right)^2}. \tag{22}$$

$$b_1 = \frac{n \sum y_i \sum x_{1i} - \sum y_i \sum x_{1i}}{n \sum x_{1i}^2 - \left(\sum x_{1i}\right)^2}. \tag{23}$$

Let us now see how the sums included in these formulas are calculated. To perform the calculations form a matrix of experimental results, as shown in Table 1.

Table 1. Results of an experiment

Number of experience	x_1	y	x_{1i}^2	yx_{1i}	y^2	$x_1 + y$	$(x_1 + y)^2$
1	x_{11}	y_1	x_{11}^2	$y_1 x_{11}$	y_1^2	$x_{11} + y_1$	$(x_{11} + y_1)^2$
2	x_{12}	y_2	x_{12}^2	$y_2 x_{12}$	y_2^2	$x_{12} + y_2$	$(x_{12} + y_2)^2$
…	…	…	…	…	…	…	…
n	x_{1n}	y_n	x_{1n}^2	$y_n x_{1n}$	y_n^2	$x_{1n} + y_n$	$(x_{1n} + y_n)^2$
$\sum$	$\sum x_{1i}$	$\sum y_i$	$\sum x_{1i}^2$	$\sum y_i x_{1i}$	$\sum y_i^2$	–	$\sum (x_{1i} + y_i)^2$

It can be seen that more calculations have been made than are required for the calculation b_0 and b_1. They are marked with an asterisk. These “extra” data are needed to verify the correctness of the calculations. There are two ways to check:

1) condition is checked

$$\sum\left(x_{1i}+y_i\right)^2=\sum x_{1i}{}^2+2\sum y_i x_{1i}+\sum y_i^2; \quad (24)$$

2) the test can be carried out by the following equation

$$\overline{y}=b_0+b_1\overline{x}_{1i}. \quad (25)$$

The second method is the most complete and tough. With its help not only the sum calculation, but also the coefficients is checked. In practice, both checks are used. It must be borne in mind that no verification is guaranteed against errors in the recording of the original data. Therefore, you need to be careful when rewriting the original data.

Example. During testing, a chromel-alumel thermocouple at constant (reference) points – metal crystallization temperatures Pb (327,5 °C), Zn (419,6 °C), Al (660,0 °C), The corresponding thermopower data are obtained accordingly: 12,1 MV; 16,0 MV; 26,1 MV. It is necessary to calculate the regression equation for the linear dependence of temperature on the thermocouple thermopower values. Decision. Create a table 2 to calculate the regression coefficients:

Table 2. Calculation of regression coefficients

Number of experience	x	y	x^2	$x\cdot y$
1	12,1	327,5	146,4	3962,75
2	16,0	419,6	256,0	6713,6
3	26,1	660,0	681,2	17226,0
$\sum$	54,2	1407,1	1083,6	27902,3

$$b_0=\frac{1407,1\cdot 1093,6-27902,3\cdot 54,2}{3\cdot 1083,6-54,2^2}=39,75.$$

$$b_1=\frac{3\cdot 27902,3-1407,1\cdot 54,2}{3\cdot 1083,6-54,2^2}=23,76.$$

Thus, we have obtained the regression equation: $y=39,75+23,76x$, which allows us to calculate the temperature (°C) from the thermocouple readings.

Conclusions and development prospects of this direction.

Often, when studying the topic “Functions of several variables” from the course of higher mathematics, one has to solve problems of a general nature. But for students of the Educational and Scientific Institute of Chemical Technology and Engineering, of greater interest are the tasks that are directly related to their specialty.

Thus, considering the tasks similar to those given in this article, we will increase the interest and motivation of future specialists to study this material.

References

1. Высшая математика в примерах и задачах : уч. пособ. : Т. 2 / Ю.Л. Геворкян, Л.А. Балака, С.С. Габриелян и др. ; под ред. Ю.Л. Геворкяна. – Х.: Підручник НТУ «ХПІ», 2011. – 376 с.
2. Вища математика в прикладах і задачах : у 2 т. Т. 2 : Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Диференціальні рівняння та ряди : навч. посіб. / Л.В. Курпа, Н.О. Кириллова, Г.Б. Лінник та ін. ; за ред. Л.В. Курпи. – Харків : НТУ «ХПІ», 2009. – 432 с.
3. Геворкян Ю.Л. Краткий курс высшей математики : учеб. пособ. : в 2 ч. Ч. 2 / Ю.Л. Геворкян, А.Л. Григорьев, Н.А. Чикина. – Х. : Підручник НТУ «ХПІ», 2011. – 476 с.
4. Диференціальні рівняння та їх застосування : н.-мет. посіб. / Пріщенко О.П., Черногор Т.Т. – Х. : НТУ «ХПІ», 2017. – 88 с.
5. Ерёмин В. В. Математика в химии. – 2-е изд., испр. / В.В. Ерёмин. – М. : МЦНМО, 2016. – 64 с.
6. Збірник розрахунково-графічних завдань з вищої математики : у 2 ч. Ч. 2 / Н.О. Чікіна, А.М. Гайдаш, В.Д. Крупка та ін. ; за ред. Н.О. Чікіної. – Х. : Підручник НТУ «ХПІ», 2013. – 216 с.
7. Методические указания к решению расчетных заданий по теме «Дифференциальные уравнения и их приложения» по курсу высшей математики для студентов химических специальностей / сост. А.М. Мануйлова, Е.И. Орлова, Т.Т. Черногор и др. – Харьков : ХПИ, 1989. – 76 с.
8. Пріщенко О. П., Черногор Т. Т. Аналіз прикладів застосування диференціальних рівнянь в хімічній та харчовій технології // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – № 40 (1316). – с. 39 – 45.
9. Пріщенко О.П., Черногор Т.Т., Бухкало С.І. Деякі особливості проведення кореляціійного аналізу Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я: тези доповідей XXVII міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2019, 15-17 травня 2019 р.: у 4 ч. Ч. ІІ. / за ред. проф. Сокола Є.І. – Харків: НТУ «ХПІ». – с.320.
10. Пріщенко О.П., Черногор Т.Т Деякі особливості проведення регресійного аналізу Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я: тези доповідей XXVII міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2019, 15-17 травня 2019 р.: у 4 ч. Ч. ІІ. / за ред. проф. Сокола Є.І. – Харків: НТУ «ХПІ». – с. 319.
11. Скатецкий В.Г. Математические методы в химии : учеб. пособ. для студентов вузов / В.Г. Скатецкий, Д.В.

Свиридов, В.И. Яшкин. – Минск : ТетраСистемс, 2006. – 368 с.
12.Тевяшев А.Д. Вища математика у прикладах та задачах : у 3 ч. Ч. 3 : Диференціальні рівняння. Ряди. Функції комплексної змінної. Операційне числення : навч. посіб. / А.Д. Тевяшев, О.Г. Литвин. – Харків : ХНУРЕ, 2002. – 596 с.
13.Бухкало С. І. Деякі моделі процесів хімічного спінювання вторинного поліетилену // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Х.: НТУ «ХПІ». 2017. № 18 (1240). – С. 35–45.
14.Бухкало С. І. *Загальна технологія харчової промисловості: тестові завдання* (підручник з грифом МОНУ), Київ: Центр учбової літератури, 2014. – 412 с.
15.Бухкало С. І., Іглін С. П. Деякі моделі дослідження структурно-хімічних змін при експлуатації полімерних виробів. *Інтегровані технології та енергозбереження*. Х.: НТУ «ХПІ», 2016. № 3. – С. 52–57.
16.*Бухкало С.І.* Деякі властивості полімерних відходів у якості сировини для енерго- і ресурсозберігаючих процесів // Інтегровані технології та енергозбереження. – Х.: НТУ «ХПІ». 2014. – № 4. – с. 29–33.
17.*Бухкало С.І.* Моделі енергетичного міксу для утилізації полімерної частки ТПВ // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ». 2016. – № 19 (1191). – с. 23–32.
18.S. Bukhkalo, A. Ageicheva, O. Komarova. Distance learning main trends. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я:* тези доповідей XXVI міжн. н-пр. конф. MicroCAD-2018, 16-18 травня 2018р. Ч. ІІ / за ред. проф. Сокола Є.І. Х :.НТУ «ХПІ». 205 с.
19.Бухкало С.І., Іглін С.П. Деякі моделі дослідження структурно-хімічних змін при експлуатації полімерних виробів. *Інтегровані технології та енергозбереження*. Х.: НТУ «ХПІ», 2016. № 3. – С. 52–57.
20.Бухкало С.І., Білоус О.В., Демидов І.М. Розробка комплексного антиоксиданту із екстрактів листя горіху волоського та календули. Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2015. № 1/6(73), – с. 22–26. – Х. : Технол. центр.
21.Bukhkalo S.I., Klemeš J.J., Tovazhnyanskyy L.L., Arsenyeva O.P., Kapustenko P.O., Perevertaylenko O.Y. Eco-friendly synergetic processes of municipal solid waste polymer utilization. *Chemical Engineering Transactions*, Vol.70, (2018), – pp.2047–2052.

References (transliterated)

1. Vysshaja matematika v primerah i zadachah : ucheb. posob. : T. 2 / Ju.L. Gevorkjan, L.A. Balaka, S.S. Gabrieljan i dr. ; pod red. Ju.L. Gevorkjana. – Har'kov : Pidruchnik NTU «HPI», 2011. – 376 s.
2. Vishha matematika v prikladah i zadachah : u 2 t. T. 2 : Diferencial'ne ta integral'ne chislennja funkcij bagat'oh zminnih. Diferencial'ni rivnjannja ta rjadi : navch. posib. / L.V. Kurpa, N.O. Kirillova, G.B. Linnik ta in. ; za red. L.V. Kurpi. – Harkiv : NTU «HPI», 2009. – 432 p.
3. Gevorkjan Ju.L. Kratkij kurs vysshej matematiki : ucheb. posob. : v 2 ch. Ch. 2 / Ju.L. Gevorkjan, A.L. Grigor'ev, N.A. Chikina. – Har'kov : Vid-vo «Pidruchnik NTU «HPI», 2011. – 476 p.
4. Diferencial'ni rivnjannja ta ïh zastosuvannja : navch.-metod. posib. / Prishhenko O.P., Chernogor T.T. – Harkiv : NTU «HPI», 2017. – 88 p.
5. Erjomin V. V. Matematika v himii. – 2-e izd., ispr. / V.V. Erjomin. – M. : MCNMO, 2016. – 64 p.
6. Zbirnik rozrahunkovo-grafichnih zavdan' z vishhoï matematiki : u 2 ch. Ch. 2 / N.O. Chikina, A.M. Gajdash, V.D. Krupka ta in. ; za red. N.O. Chikinoï. – Harkiv : Vid-vo «Pidruchnik NTU «HPI», 2013. – 216 p.
7. Metodicheskie ukazanija k resheniju raschetnyh zadanij po teme «Differencial'nye uravnenija i ih prilozhenija» po kursu vysshej matematiki dlja studentov himicheskih special'nostej / sost. A.M. Manujlova, E.I. Orlova, T.T. Chernogor i dr. – Har'kov : HPI, 1989. – 76 p.
8. Skateckij V.G. Matematicheskie metody v himii : ucheb. posob. dlja studentov vuzov / V.G. Skateckij, D.V. Sviridov, V.I. Jashkin. – Minsk : TetraSistems, 2006. – 368 p.
9. Tevjashev A.D. Vishha matematika u prikladah ta zadachah : u 3 ch. Ch. 3 : Diferencial'ni rivnjannja. Rjadi. Funkciï kompleksnoï zminnoï. Operacijne chislennja : navch. posib. / A.D. Tevjashev, O.G. Litvin. – Harkiv : HNURE, 2002. – 596 p.
10. Buhkalo S. I. Dejaki modeli procesiv himichnogo spinjuvannja vtorinnogo polietilenu // Visnik NTU «HPI». H.: NTU «HPI». 2017. № 18 (1240), pp. 35–45.
11. Buhkalo S. I. Zagal'na tehnologija harchovoï promislovosti: testovi zavdannja (pidruchnik z grifom MONU), Kiïv: Centr uchbovoï literaturi, 2014. – 412 p.
12. Buhkalo S. I., Iglin S. P. Dejaki modeli doslidzhennja strukturno-himichnih zmin pri ekspluatacii polimernih virobiv. Integrovani tehnologiï ta energozberezhennja. H.: NTU «HPI», 2016. № 3, –pp. 52–57.
13. Buhkalo S.I. Dejaki vlastivosti polimernih vidhodiv u jakosti sirovini dlja energo- i resursozberigajuchih procesiv // Integrovani tehnologiï ta energozberezhennja. – H.: NTU «HPI». 2014. – № 4, – pp. 29–33.
14. Buhkalo S.I. Modeli energetichnogo miksu dlja utilizaciï polimernoï chastki TPV // Visnik NTU «HPI». – H.: NTU «HPI». 2016. – № 19 (1191), – pp. 23–32.
15. S. Bukhkalo, A. Ageicheva, O. Komarova. Distance learning main trends. Informacijni tehnologiï: nauka, tehnika, tehnologija, osvita, zdorov'ja: tezi dopovidej HXVI mizhn. n-pr. konf. MicroCAD-2018, 16-18 travnja 2018r. Ch. II / za red. prof. Sokola Є.I. H :.NTU «HPI». – 205 p.
16. Buhkalo S.I., Iglin S.P. Dejaki modeli doslidzhennja strukturno-himichnih zmin pri ekspluatacii polimernih virobiv. Integrovani tehnologiï ta energozberezhennja. H.: NTU «HPI», 2016. № 3, –pp. 52–57.
17. Bukhkalo S.I., Bilous O.V., Demidov I.M. Rozrobka kompleksnogo antioksidantu iz ekstraktiv listja gorihu volos'kogo ta kalendulr. *Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij.* No.1/6(73), (2015), – pp. 22–26. Harkiv : «Tehnolog. centr».
18. Bukhkalo S.I., Klemeš J.J., Tovazhnyanskyy L.L., Arsenyeva O.P., Kapustenko P.O., Perevertaylenko O.Y. "Eco-friendly synergetic processes of municipal solid waste polymer utilization". *Chemical Engineering Transactions*, Vol.70, (2018), – pp.2047–2052.

Надійшла (received) 23.04.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Пріщенко Ольга Петрівна (Прищенко Ольга Петровна, Prishchenko Olga Petrivna) – асистент кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0530-2131 e-mail: priolga2305@gmail.com

Черногор Тетяна Тимофіївна (Черногор Татьяна Тимофеевна, Chernogor Tetyana Timofiyivna) – старший викладач кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7823-7628 e-mail: tatyanachernogor54@gmail.com