УДК 519.6 doi: 10.20998/2220-4784.2023.01.05

N. V. CHEREMSKA

CORRELATION FUNCTIONS AND QUASI-DETERMINISTIC SIGNALS

When processing data on random functions, they are most often limited to constructing an empirical correlation function. In this regard, the problem arises of constructing a random function (a quasi-deterministic signal) determined by a finite set of random variables and having a given correlation function. Moreover, a random function can often be considered Gaussian, since in many cases a random signal is obtained at the output of the system, which is fairly well approximated by a Gaussian. For stationary random processes and for random fields, this problem has been considered. For random sequences and discrete random fields, as well as for non-stationary random signals, the problem remained open. The article considers the problem of restoring a random sequence from known mathematical expectation and correlation function. Such a model random sequence is constructed, in which the mathematical expectation and correlation function coincide with the given ones. The mathematical expectation and the correlation function are the simplest probabilistic numerical characteristics, but they do not uniquely determine the corresponding set of probability distribution densities that satisfy the conditions of normalization and consistency, provided that for each fixed integer value of the parameter, the random sequence is a continuous random variable. The article considers the restoration of a quasi-deterministic signal in stationary and non-stationary cases. For the stationary case, three examples are given for constructing a quasi-deterministic discrete signal $\xi(n)$, provided that the spectral density has three different forms. For the non-stationary case, the corresponding quasi-deterministic signal was obtained for various cases of the spectrum. The use of a random function model determined by a finite number of parameters makes it possible to significantly simplify the analysis of applied problems, the solution of which is associated with differential equations with random coefficients, which are such quasi-deterministic signals. In this case, there is no need to use a complex apparatus of stochastic differential equations, since the solution of such an equation simply depends on random variables as on parameters.

Keywords: mathematical expectation, correlation function, non-stationary random function, non-stationary random sequence, quasi-deterministic signals.

Introduction.

There is a fairly wide class of applied problems, which are characterized by statistical nonstationarity. These are tasks such as simulation of dynamic modes of control of transport and technological machines, simulation of random non-stationary signals of intensities from the output of the detection unit for flows of clean coal and rock mass, and others. When processing data on random functions, they are most often limited to constructing an empirical correlation function. In this regard, the problem arises of constructing a random function (a quasi-deterministic signal) determined by a finite set of random variables and having a given correlation function. Moreover, a random function can often be considered Gaussian, since in many cases a random signal is obtained at the output of the system, which is fairly well approximated by a Gaussian. For stationary random processes such a problem was solved in [1], for random fields a similar problem was considered in [2].

Analysis of the latest research.

Certain generalizations of stationary random functions, which are additive or multiplicative perturbations of stationary random processes or homogeneous random fields, were used to solve problems for which the assumption of statistical stationarity is not fulfilled. Namely: random functions with stationary increments, which are used, for example, to model atmospheric turbulence [3,4,5,6], locally stationary random processes and locally homogeneous random fields, which are used, for example, to model the propagation of electromagnetic waves in the atmosphere of Venus [7,8,9,10] and others.

For random sequences and discrete random fields, as well as for non-stationary random signals, the problem remained open.

Formulation of the problem.

Consider first the problem of restoring a random sequence from known mathematical expectation and correlation function. Such a model random sequence is constructed, in which the mathematical expectation and correlation function coincide with the given ones. The mathematical expectation and the correlation function are the simplest probabilistic numerical characteristics, but they do not uniquely determine the corresponding set of probability distribution densities that satisfy the conditions of normalization and consistency (except for Gaussian stationary sequences) [13], provided that for each fixed integer value of the parameter, the random sequence is continuous random variable.

Solution.

The solution of the formulated problem for stationary random sequences is reduced to reconstructing the spectral plane from the coefficients of the Fourier series or, in a more general case, to the power moment problem. In the case of stationary random sequences, it is known that the correlation function can be represented as [13]

$$K(\tau)=\int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau}dF(x)=\int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\tau}f(x)dx, \qquad (1)$$

where $f(x)=F'(x)\geq 0$, if the corresponding derivative exists. Let the mathematical expectation and the correlation function of some stationary random sequence be given: $M\xi(n)=a(n), \quad K_{\xi}(n,m)=K(n-m)$.

Consider a random sequence $\hat{\xi}(n)=a(n)+\xi_1 e^{i\xi_2 n}$, where ξ_1 and ξ_2 independent random real-valued variables and $M\xi_1=0,\ a(n)-$ deterministic function of a discrete argument. It's obvious that $M\hat{\xi}(n)=a(n)$. Let's find the correlation function

$$K(n,m)=M\left(\xi(n)-M\xi(n)\right)\overline{\left(\xi(m)-M\xi(m)\right)},$$

subject to $M\xi(n)\neq 0$. If $M\xi(n)=0$, then $K(n,m)=M\xi(n)\overline{\xi(m)}=M\left(\xi_1 e^{i\xi_2 n}\xi_1 e^{-i\xi_2 n}\right)=K(n-m)$. Therefore,

$$K(n-m)=K(\tau)=M\left|\xi_1\right|^2\int_{-\pi}^{\pi}e^{ix\tau}p(x)dx, \qquad (2)$$

where $\tau=m-n,\ p(x)-$ probability distribution density of a random variable with $\xi_2(\omega)$. From (1) and (2) follows that $p(x)=\frac{1}{M\left|\xi_1\right|^2}f(x),\quad x\in[-\pi,\pi],$ where $f(x)-$ spectral density, i.e. probability distribution density of a random variable $\xi_2(\omega)$ is proportional to the spectral density, which is restored from the correlation function $K(n-m)$ according to the formula

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\sum_{\tau=-\infty}^{\infty}e^{-ix\tau}K(\tau)\ [13].$$

Stationary case.

Example 1.

Consider a random stationary sequence with a correlation function $K(0)=1, K(\tau)=0$ given that $\tau\neq 0$ and mathematical expectation equal to zero [13].

Let us construct a quasi-deterministic discrete signal $\xi(n)$ with $M\xi(n)=0:\xi(n)=\xi_1 e^{i\xi_2 n},\xi_1,\xi_2-$ independent random variables and $M\left|\xi_1\right|^2=1$.

Let us find its correlation function under the condition that the spectral density has the form $f(x)=\frac{1}{2\pi}$. At $\tau\neq 0$ and $\tau-$ integer

$$K(n-m)=\int_{-\pi}^{\pi}e^{ix\tau}f(x)dx=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{ix\tau}dx=\sin\pi\tau=0$$ At $\tau=0$ $K(n-m)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}dx=1$. As a result,

$$K(\tau)=\begin{cases}0, \text{ если } \tau\neq 0,\\ 1, \text{ если } \tau=0.\end{cases} \qquad (3)$$

Thus, a stationary random sequence whose correlation function has the form (3), and $M\xi(n)=0$ (for simplicity), can be represented as $\xi(n)=\xi_1 e^{i\xi_2 n}$, at that ξ_1,ξ_2- independent random variables, $M\xi_1=0,\ M\left|\xi_1\right|^2=1,$ and $M\xi_2=0$, ξ_2- uniformly distributed over the interval $[-\pi,\pi]$.

Example 2.

$\xi(n)=\xi_1 e^{i\xi_2 n}$, $M\xi_1=0,\ M\left|\xi_1\right|^2=1,\ \xi_1,\xi_2-$ independent random variables. Let the spectral density have the form [13] $f(x)=\frac{C}{2\pi}\cdot\frac{1-a^2}{\left|e^{ix}-a\right|^2}$, where $|a|<1, a-$ real. We normalize the spectral density to unity:

$$\frac{C}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1-a^2}{\left|e^{ix}-a\right|^2}dx=1.$$

It is easy to check that, $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1-a^2}{\left(e^{ix}-a\right)\left(e^{-ix}-a\right)}dx=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1-a^2}{1-2a\cos x+a^2}dx=1.$
Thence $C=1$.

Let $a(n)=0, K(\tau)=Ca^{|\tau|},\quad |a|<1, C>0$. Then the sequence $\xi(n)=\xi_1 e^{i\xi_2 n}$ has a given correlation function, if $M\left|\xi_1\right|^2=1, M\xi_1=0, M\xi_2=0$, and ξ_2 on the interval $[-\pi,\pi]$ has a distribution $\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1-a^2}{1-2a\cos x+a^2}$.

Example 3.

Let the spectral density have the form [13]

$$f(x)=\frac{C}{2\pi}\cdot\frac{\left|e^{ix}-b\right|^2}{\left|e^{ix}-a\right|^2}=\frac{C}{2\pi}\cdot\frac{\left(e^{ix}-b\right)\left(e^{-ix}-b\right)}{\left(e^{ix}-a\right)\left(e^{-ix}-a\right)}, \qquad (4)$$

$a,b-$ reale, $|a|<1,\ |b|<1,$ then the correlation function is calculated by the formula

$$K(n,m)=\int_{-\pi}^{\pi}e^{ix\tau}f(x)dx=\frac{C}{2\pi}\cdot\int_{-\pi}^{\pi}e^{ix\tau}\frac{\left(e^{ix}-b\right)\left(e^{-ix}-b\right)}{\left(e^{ix}-a\right)\left(e^{-ix}-a\right)}dx.$$

In the case of spectral density (4), the correlation function is equal to

$$K(\tau)=\begin{cases}\frac{C(a-b)(1-ab)}{1-a^2}\cdot a^{|\tau|-1}, \text{ if } \tau\neq 0,\\ \frac{C\left(1-2ab+b^2\right)}{1-a^2}, \text{ if } \tau=0.\end{cases}$$

At that C and b can be determined from the system

$$\begin{cases} \dfrac{C(a-b)(1-ab)}{1-a^2} = C_1, \\ \dfrac{Cb}{a} = C_2. \end{cases}$$

Non-stationary case.

Let us now consider the restoration of a quasi-deterministic signal in the non-stationary case, when the correlation function is not a difference function.

Let the correlation function have the form [11]:

$$K(n,m) = \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi(n+\tau)\overline{\varphi(m+\tau)}, \qquad (5)$$

$\tau-$ integer, and functions $\varphi(k)$ are constructed in a special way from complex numbers located in the unit circle on the complex plane (discrete spectrum).

In this case, the structure of the quasi-deterministic signal is more complex than in the previous cases. It is easy to check that a random sequence of the form

$$\xi(n) = \frac{\xi_1(\omega)\varphi(n+\xi_0(\omega))}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}},$$

where $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1, M\xi_1(\omega) = 0,$ $\xi_1(\omega)$ and $\xi_0(\omega)-$ independent random variables, $\xi_0(\omega)$ – discrete random variable that takes a countable number of values $0,1,2,\ldots$ with probabilities $p_0, p_1, p_2, \ldots,$ has a correlation function of the form (5).

If we turn to the case of a continuous parameter t, then for a dissipative non-stationary random process $\xi(t)$ with $M\xi(t) = 0$ of the first rank of nonstationarity, the correlation function has the form [12]:

$$K(t,s) = \int_0^{\infty} \varphi(t+\tau)\overline{\varphi(s+\tau)}\,d\tau, \qquad (6)$$

Then it is easy to check that a quasi-deterministic signal of the form $\xi(t) = \dfrac{\xi_1(\omega)\varphi(t+\xi_0(\omega))}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}}$, has a correlation function of the form (6), where $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1, M\xi_1(\omega) = 0,$ $\xi_1(\omega)$ and $\xi_0(\omega)-$ independent random variables, $\xi_0(\omega)$ – continuous, random variable $\xi_0(\omega) \in [0,\infty),$ and $p(x)-$ the probability distribution density of this random variable.

In the case of a spectrum located in the upper half-plane, $\varphi(t)$ has the form $\varphi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \Lambda_k(t)$, where

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|^2 < \infty, \ \Lambda_k(t) = \sum_{j=1}^{k} b_j e^{i\lambda_j t},$$

and $\lambda_j = \alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j^2, \lambda_j \neq \lambda_m, j \neq m.$

Then the quasi-deterministic signal $\xi(t)$ has the form

$$\xi(t) = \frac{\xi_1(\omega)}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sum_{j=1}^{k} b_j e^{i\lambda_j (t+\xi_0(\omega))},$$

where $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1, M\xi_1(\omega) = 0,$ $\xi_1(\omega)$ and $\xi_0(\omega)-$ independent random variables, i.e. it is represented as a superposition of the internal states of oscillators with complex frequencies, in contrast to the stationary case, when it was possible to restrict one term and a real frequency.

In the case of an infinite spectrum at zero $\varphi(t) = \int_0^t f_0(x) J_0(\sqrt{2tx})\,dx$ and then the corresponding quasi-deterministic signal, which has a conflation function of the form (6), represented as:

$$\xi(t) = \frac{\xi_1(\omega)}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}} \int_0^t f_0(x) J_0\left(\sqrt{2(t+\xi_0(\omega))x}\right)dx,$$

where $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1, M\xi_1(\omega) = 0,$ $\xi_1(\omega)$ and $\xi_0(\omega)-$ independent random variables, $f_0(x) \in L^2_{[0,l]},$ $J_0(z)$ – zero-order Bessel function of the first kind.

Conclusions and directions for further research

Note that a similar approach can be used to simulate quasi-deterministic signals for random inhomogeneous fields (discrete or continuous arguments) with a given correlation function.

So for dissipative random fields, the correlation function has the form

$$K(x,y) = \iiint_0^{\infty} \varphi(X)\overline{\varphi(Y)}\,d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3,$$

$$X = x_1+\tau_1, x_2+\tau_2, x_3+\tau_3, Y = y_1+\tau_1, y_2+\tau_2, y_3+\tau_3,$$

where the structure of the function $\varphi(x)$ is determined by the spectrum of the inhomogeneous field структура функции пределяется спектром неоднородного поля [14]. Whereas for quasi-deterministic signals depending on one parameter, it is easy to see that a quasi-deterministic continuous random field of the form

$$\xi(x) = \frac{\xi_1(\omega)\varphi(x+\xi_0(\omega))}{\sqrt{p(\xi_0(\omega))}},$$

where $M|\xi_1(\omega)|^2 = 1, M\xi_1(\omega) = 0,$ $\xi_1(\omega)$ and $\xi_0(\omega)-$ independent random variables, $\xi_0(\omega) = (\xi_{01}(\omega), \xi_{02}(\omega), \xi_{03}(\omega))-$ random absolutely continuous vector $0 \le \xi_0(\omega) \le \infty$ and the joint probability distribution density $p(x_1, x_2, x_3)$.

The inclusion of a random parameter in the equation coefficients as an independent variable makes it difficult to study the probabilistic characteristics of the problem solution. These are tasks such as models of financial mathematics, mathematical models of the density of a biological population, models that describe the dynamics of the exchange rate of a financial asset.

The use of a random function model determined by a finite number of parameters makes it possible to significantly simplify the analysis of applied problems, the solution of which is associated with differential equations with random coefficients, which are such quasi-deterministic signals. In this case, there is no need to use a complex apparatus of stochastic differential equations, since the solution of such an equation simply depends on random variables as on parameters.

Список літератури

1. Тихонов В.И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
2. Петрова А.Ю. Восстановление случайных полей по корреляционным функціям / Вестник НТУ «ХПИ». Сб. науч. тр. Вып.. «Системный анализ, управление и информационные технологии». Х., НТУ «ХПИ», 2003.– №6. – Т.1. – С. 174-182.
3. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидродинамика I ч. / М.: Наука, 1965. – 640 с.
4. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидродинамика II ч / М.: Наука, 1967. – 720 с.
5. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. II ч. Случайные поля / М.: Наука, 1978. – 464с.
6. Тихонов В.И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов / Советское радио, 1975. 704с.
7. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах т.1 / М.: Мир, 1981. – 279с.
8. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах т.2 / М.: Мир, 1981. – 317с.
9. Ishimaru Akira A New Approach to the Problem of Wave Fluctuations in Smoothly Varying Turbulence // IEEE Trans., Vol. AP-21, №1, 1973, p.47-53.
10. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / М.: Наука, 1967. – 548с.
11. Янцевич А.А. Нестационарные последовательности в гильбертовом пространстве. I Корреляционная теория // Х: Изд. Хар. ун-та, Сб. Теория функций, функциональный анализ и их приложения. 1986. Вып.45. С.139-141.
12. Лившиц М.С., Янцевич А.А. Теория операторных узлов в гильбертовых пространствах / Х: Изд-во ХГУ, 1971. – 160с.
13. Яглом А.М. Введение в теорию стационарных случайных функций // УМН. – 1952. –Том 1. – Вып.5(51),– С.3-168.
14. Аббауи Л. Об одном классе неоднородных случайных полей // Вестн. Харьк. ун-та. Сер. Механика, теория управления и математическая физика. – Х., 1984. – №254. – С.49-53.

References (transliterated)

1. Tikhonov V.I., Kharisov V. N. Statisticheskiy analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i sistem / Radio i svyaz', 1991. 608 p.
2. Petrova A.YU. Vosstanovleniye sluchaynykh poley po korrelyatsionnym funktsíyam / Vestnik NTU «KhPI». Sb. nauch. tr. Vyp.. «Sistemnyy analiz, upravleniye i informatsionnyye tekhnologii». – Kh., NTU «KhPI», 2003. №6. T.1. pp. 174–182.
3. Monin A.S., Yaglom A.M. Statisticheskaya gidrodinamika I ch. / M.: Nauka, 1965. – 640 p.
4. Monin A.S., Yaglom A.M. Statisticheskaya gidrodinamika II ch / M.: Nauka, 1967. – 720 p.
5. Rytov S.M., Kravtsov YU.A., Tatarskiy V.I. Vvedeniye v statisticheskuyu radiofiziku. II ch. Sluchaynyye polya / M.: Nauka, 1978. – 464 p.
6. Tikhonov V.I., Kul'man N. K. Nelineynaya fil'tratsiya i kvazikogerentnyy priyem signalov / Sovetskoye radio, 1975. 704 p.
7. Isimaru A. Rasprostraneniye i rasseyaniye voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh t.1 / M.: Mir, 1981. – 279 p.
8. Isimaru A. Rasprostraneniye i rasseyaniye voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh t.2 / M.: Mir, 1981. – 317 p.
9. Ishimaru Akira A New Approach to the Problem of Wave Fluctuations in Smoothly Varying Turbulence // IEEE Trans., Vol. AP-21, №1, 1973, p.47–53.
10. Tatarskij V.I. Rasprostranenie voln v turbulentnoj atmosfere / M.: Nauka, 1967. – 548s.
11. Jancevich A.A. Nestacionarnye posledovatel'nosti v gil'bertovom prostranstve. I Korreljacionnaja teorija // H: Izd. Har. un-ta, Sb. Teorija funkcij, funkcional'nyj analiz i ih prilozhenija. 1986. Vyp.45. S.139-141.
12. Livshic M.S., Jancevich A.A. Teorija operatornyh uzlov v gil'bertovyh prostranstvah / H: Izd-vo HGU, 1971. – 160s.
13. Jaglom A.M. Vvedenie v teoriju stacionarnyh sluchajnyh funkcij // UMN. – 1952. –Tom 1. – Vyp.5(51),– S.3-168.
14. Abbaui L. Ob odnom klasse neodnorodnyh sluchajnyh polej // Vestn. Har'k. un-ta. Ser. Mehanika, teorija upravlenija i matematicheskaja fizika. – H., 1984. – №254. – S.49-53.

Надійшла (received) 19.06.2023

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Черемська Надія Валентинівна (Черемская Надежда Валентиновна, Cheremska Nadezhda Valentinovna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна;

тел.: (050) 225-15-44; e-mail: cheremskaya66@gmail.com.

Н. В. ЧЕРЕМСКАЯ

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И КВАЗИДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

При обработке данных о случайных функциях чаще всего ограничиваются построением эмпирической корреляционной функции. В связи с этим возникает задача о построении случайной функции (квазидетерминированного сигнала), определяемой конечным набором случайных величин и имеющей заданную корреляционную функцию. Причем случайную функцию часто можно считать гауссовской, так как во многих случаях на выходе системы получается случайный сигнал, который достаточно хорошо аппроксимируется гауссовским. Для стационарных случайных процессов и для случайных полей эта задача была рассмотрена. Для случайных последовательностей и дискретных случайных полей, а также для нестационарных случайных сигналов проблема оставалась открытой. В статье рассмотрена задача о восстановлении случайной последовательности по известным математическому ожиданию и корреляционной функции. Строится такая модельная случайная последовательность, у которой математическое ожидание и корреляционная функция совпадают с заданными. Математическое ожидание и корреляционная функция являются простейшими вероятностными числовыми характеристиками, но они не определяют однозначно соответствующий набор плотностей распределения вероятностей, удовлетворяющие условиям нормировки и согласованности, при условии, что при каждом фиксированном целом значении параметра случайная последовательность является непрерывной случайной величиной. В статье рассмотрены восстановление квазидетерминированного сигнала в стационарном и нестационарном случаях. Для стационарного случая приведены три примера для построения квазидетерминированного дискретного сигнала $\xi(n)$ при условии, что спектральная плотность имеет три различных вида. Для нестационарного случая получен соответствующий квазидетерминированный сигнал для различных случаев спектра. Использование модели случайных функций, определяемых конечным числом параметров, позволяет существенно упростить анализ прикладных задач, решение которых связано с дифференциальными уравнениями со случайными коэффициентами, которые являются такими квазидетерминированными сигналами. При этом нет необходимости использовать сложный аппарат стохастических дифференциальных уравнений, так как решение такого уравнения просто зависит от случайных величин как от параметров.

Ключевые слова: математическое ожидание, корреляционная функция, нестационарная случайная функция, нестационарная случайная последовательность, квазидетерминированные сигналы.

Н. В. ЧЕРЕМСЬКА

КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ ТА КВАЗІДЕТЕРМІНОВАНІ СИГНАЛИ

При обробці даних про випадкові функції найчастіше обмежуються побудовою емпіричної кореляційної функції. У зв'язку з цим виникає задача про побудову випадкової функції (квазідетермінованого сигналу), яка визначається скінченним набором випадкових величин і має задану кореляційну функцію. Причому випадкову функцію часто можна вважати гауссівською, так як у багатьох випадках на виході системи виходить випадковий сигнал, який досить добре апроксимується гауссівським. Для стаціонарних випадкових процесів та для випадкових полів це завдання було розглянуто. Для випадкових послідовностей та дискретних випадкових полів, а також для нестаціонарних випадкових сигналів проблема залишалася відкритою. У статті розглянуто завдання про відновлення випадкової послідовності за відомим математичним очікуванням та кореляційною функцією. Будується така модельна випадкова послідовність, яка має математичне очікування і кореляційна функція збігаються із заданими. Математичне очікування і кореляційна функція є найпростішими числовими ймовірнісними характеристиками, але вони не визначають однозначно відповідний набір щільностей розподілу ймовірностей, що задовольняють умовам нормування і узгодженості, за умови, що при кожному фіксованому цілому значенні параметра випадкова послідовність є неперервною випадковою величиною. У статті розглянуто відновлення квазідетермінованого сигналу у стаціонарному та нестаціонарному випадках. Для стаціонарного випадку наведено три приклади для побудови квазідетермінованого дискретного сигналу $\xi(n)$ за умови, що спектральна щільність має три різні вигляди. Для нестаціонарного випадку отримано відповідний квазідетермінований сигнал для різних випадків спектра. Використання моделі випадкових функцій, що визначаються скінченним числом параметрів, дозволяє суттєво спростити аналіз прикладних задач, розв'язання яких пов'язане з диференціальними рівняннями з випадковими коефіцієнтами, які є такими квазідетермінованими сигналами. При цьому немає необхідності використовувати складний апарат стохастичних диференціальних рівнянь, оскільки розв’язання такого рівняння просто залежить від випадкових величин, як від параметрів.

Ключові слова: математичне очікування, кореляційна функція, нестаціонарна випадкова функція, нестаціонарна випадкова послідовність, квазідетерміновані сигнали.